Uvod u kvantnu fiziku: polarizacija svjetlosti i kvantni bit

Kao neformalni uvod u kvantnu fiziku poslužit će nam pojava polarizacije svjetlosti. Snop svjetlosti ćemo najprije opisati u okviru klasične fizike kao elektromagnetski val, a zatim ćemo, u duhu kvantne fizike, svjetlost shvatiti kao niz fotona. To će nam omogućiti da upoznamo neka temeljna načela kvantne fizike te kvantni bit kao najjednostavniji kvantni sustav, odn. nosioc najmanje količine kvantne informacije.

Svjetlost kao elektromagnetski val

Svjetlost frekvencije ω, odn. valne duljine $\lambda = 2\pi c/\omega$, gdje je c brzina svjetlosti, koja je prošla kroz polarizacijski filtar ili "polarizator", u klasičnoj fizici shvaćamo kao tzv. *linearno polarizirani ravni elektromagnetski val*. Uzmemo li da svjetlost putuje u smjeru z-osi, električno polje takvog vala opisujemo izrazom

$$\mathbf{E}[t, z] = E_0\, \hat{\mathbf{p}}\, \cos[kz - \omega t + \phi], \tag{1}$$

gdje je E_0 amplituda električnog polja, $\hat{\mathbf{p}}$ je jedinični vektor koji je okomit na z-os i čiji smjer je određen orijentacijom polarizatora kroz koji je svjetlost prošla, $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$ je tzv. valni broj, a faktor $\cos[kz-\omega t+\phi]$ koji ovisi o vremenu t i o z-koordinati govori nam da je riječ o valu koji putuje u pozitivnom smjeru z-osi. Konstanta ϕ je tzv. početna faza i u ovom trenutku nam nije važna. Kažemo da električno polje titra u smjeru određenom orijentacijom polarizatora. Intenzitet svjetlosti I razmjeran je kvadratu amplitude tog vala,

$$I = \kappa E_0^2, \tag{2}$$

pri čemu nam potpun izraz za konstantu proporcionalnosti κ ovdje neće biti potreban.

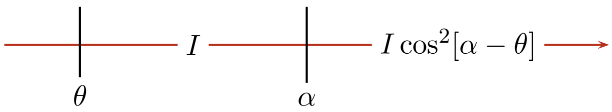
Nakon prolaska polarizatorom, linearno polariziranu svjetlost možemo propustiti kroz još jedan polarizacijski filtar koji obično zovemo "analizatorom", vidi sl. 1. Nakon prolaska analizatorom, električno polje titra u ravnini određenoj orijentacijom analizatora. Označimo li s $\hat{\mathbf{n}}$ jedinični vektor orijentacije analizatora, učinak analizatora na električno polje možemo izraziti kao projekciju polja na novi smjer titranja,

$$\mathbf{E}'[t, z] = (\mathbf{E}[t, z] \cdot \hat{\mathbf{n}})\, \hat{\mathbf{n}} = E_0\, (\hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{n}})\, \hat{\mathbf{n}}\, \cos[kz - \omega t + \phi]. \tag{3}$$

Amplituda novog vala je $E_0\, (\hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{n}})$, gjde skalarni produkt jediničnih vektora $\hat{\mathbf{p}}$ i $\hat{\mathbf{n}}$ možemo izraziti kao kosinus kuta što ga zatvaraju vektori polarizatora i analizatora. Označimo li s θ i α kuteve koje vektori $\hat{\mathbf{p}}$ i $\hat{\mathbf{n}}$ zatvaraju s x-osi (vidi sliku 1), sami vektori zatvaraju kut $\alpha - \theta$, a intenzitet svjetlosti I' nakon prolaska analizatorom možemo izraziti kao

$$I' = I \cos^2[\alpha - \theta], \tag{4}$$

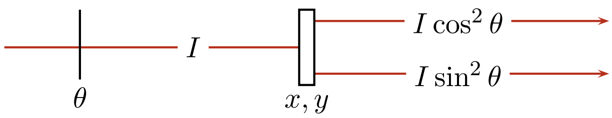
gdje je I intenzitet svjetlosti prije prolaska kroz analizator. Gornji rezultat poznat je kao Malusov zakon.[1] Radi li se o zraci (tankom snopu) svjetlosti koja putuje u smjeru z-osi, opisanu situaciju možemo prikazati shemom:



(5)

Polarizacijski filtri naznačeni su uspravnim crtama ispod kojih je naveden kut koji njihove orijentacije zatvaraju s x-osi. Također su naznačeni intenziteti snopa svjetlosti nakon njena prolaska filtrima.

Umjesto kroz analizator, tanak snop linearno polarizirane svjetlosti možemo propustiti kroz kristal sa svojstvom dvoloma, tzv. "dvolomac". Time od jednog upadnog snopa svjetlosti mogu nastati dva paralelna snopa linearno polarizirane svjetlosti, pri čemu su njihovi smjerovi polarizacije međusobno okomiti. Uzmemo li zbog jednostavnosti da se snop širi u smjeru z-osi, a da je dvolomac orijentiran tako da su smjerovi polarizacije dvaju izlaznih snopova paralelni s osima x i y, situaciju možemo prikazati shemom:



(6)

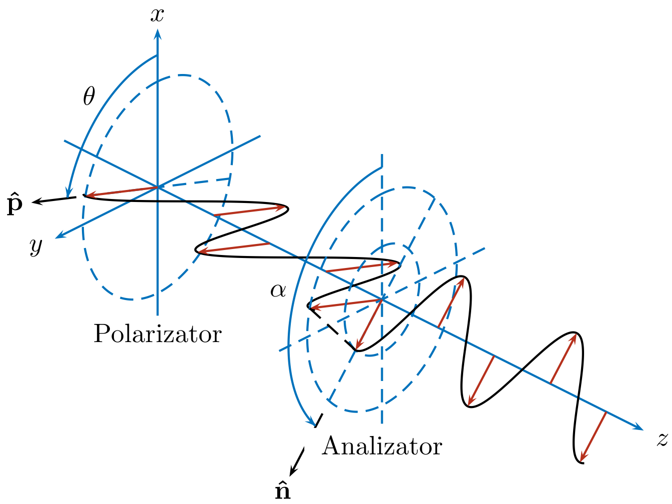
Dvolomac je na gornjoj shemi naznačen pravokutnikom. Gornji izlazni snop polariziran je u smjeru x-osi, a s obzirom da je upadna svjetlost polarizirana pod kutem θ u odnosu na x-os, inteznitet tog izlaznog snopa je prema Malusovom zakonu razmjeran je s $\cos^2 \theta$. Donji izlazni snop polariziran je u smjeru y-osi koja sa smjerom polarizacije upadne svjetlosti zatvara kut $|\pi/2 - \theta|$. Intenzitet donjeg izlaznog snopa je prema tome razmjeran s $\cos^2[\pi/2 - \theta] = \sin^2 \theta$. Kad bismo zbrojili intenzitete izlaznih snopova dobili bismo intenzitet upadnog snopa. Također uočavamo da uz odgovarajuću orijentaciju polarizatora možemo postići da jedan od dva izlazna snopa posve utrne.

Situacije prikazane shemama (5) i (6) jednostavno se mogu ostvariti u laboratoriju, a važno je naglasiti da one u okviru klasične fizike, gdje svjetlost opisujemo elektromagnetskim valom, nalaze potpuno zadovoljavajuće objašnjenje. Nama je, međutim, zanimljivo razmotriti slične situacije u okviru kvantne fizike.

Svjetlost kao niz fotona i vjerojatnost

Još od početka 20. st. fizičarima je poznato da se svjetlost u mnogim eksperimentima ponaša kao da se sastoji od mnoštva čestica. Te čestice

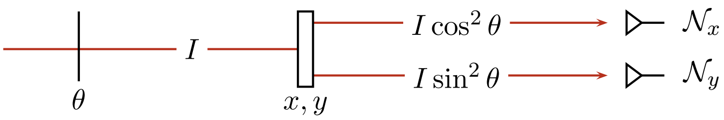
[1] Étienne-Louis Malus (1775.–1812.) bio je francuski vitez (chevalier), ižnenjer, fizičar i matematičar. On je 1809. g. promatrajući odsjaj sunca na prozoru Luksemburške palače u Parizu kroz kristal prozirnog kalcijevog karbonata sa svojstvom dvoloma (tzv. islandskog dvolomca) otkrio da pri nekim orijentacijama kristala jedna od dviju slika može nestati. To otkriće smatra se prvom demonstracijom polarizacije svjetlosti u povijesti.



Slika 1: Električno polje linearno polariziranog elektromagnetskog vala unutar snopa monokromatske svjetlosti koja putuje u smjeru z-osi nakon njegova prolaska dvama polarizacijskim filtrima različitih orijentacija. Uobičajeni nazivi za dva polarizacijska filtra u nizu su "polarizator" (orijentacija opisana jediničnim vektorom $\hat{\mathbf{p}}$ koji zatvara kut θ s x-osi) i "analizator" (jedinični vektor $\hat{\mathbf{n}}$, kut α). Važno je uočiti da se pri prolasku analizatorom, zbog projekcije na novi smjer titranja, amplituda vala smanjuje.

zovemo kvantima svjetlosti ili fotonima.[2] Energija fotona svjetlosti frekvencije ω je $E = \hbar\omega$, gdje je $\hbar \simeq 1.05 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s^{-1}}$ tzv. reducirana Planckova konstanta, a s obzirom da fotoni nemaju masu, u skladu sa specijalnom teorijom relativnosti njihova je količina gibanja $p = E/c = \hbar\omega/c$. Kad bismo snop svjetlosti usmjerili u detektor i zatim značajno smanjili intenzitet snopa, u načelu bismo mogli postići to da detektor proizvodi izdvojeni signal za svaki foton koji u njega uđe, odnosno, detektor bismo mogli koristiti kao svojevrstan "brojač fotona". Takav eksperiment nije jednostavno izvesti u stvarnosti, a nama će ovdje biti dovoljno da ga zamislimo.

Najprije razmotrimo situaciju u kojoj linearno polarizirani snop svjetlosti propuštamo kroz dvolomac, a izlazni snopovi su usmjereni svaki u svoj detektor:



(7)

Detektori su na gornjoj shemi prikazani simbolima trokuta, a $\mathcal{N}_x$ i $\mathcal{N}_y$ su brojevi fotona koje su oni detektirali, ili kako se to još kaže "izmjerili", u nekom duljem vremenskom intervalu Δt. Kad bismo takav eksperiment mogli izvesti u stvarnosti, on bi nedvojbeno potvrdio relacije

$$\lim_{\Delta t\to\infty} \frac{\mathcal{N}_x}{\mathcal{N}_x + \mathcal{N}_y} = \cos^2\theta, \qquad \lim_{\Delta t\to\infty} \frac{\mathcal{N}_y}{\mathcal{N}_x + \mathcal{N}_y} = \sin^2\theta. \tag{8}$$

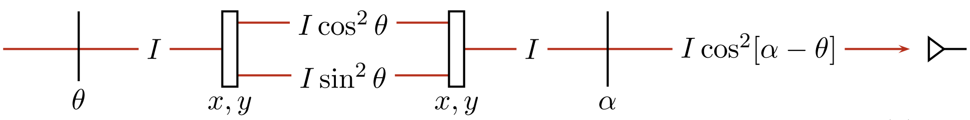
S obzirom da je intenzitet snopa svjetlosti razmjeran količini energije koja u jedinici vremena prođe snopom, a količina energije je razmjerna broju fotona, možemo reći da su gornje relacije očekivane.

[2] Otkrićem fotona obično se smatra objašnjenje fotoelektrične pojave koje je 1905. g. objavio Albert Einstein i za koje mu je 1922. g. dodijeljena Nobelova nagrada.

Situacija prikazana shemom (7) otvara nam priliku da upoznamo jedno od temeljnih svojstava kvantne fizike. Fotone snopa linearno polarizirane svjetlosti koja ulazi u dvolomac smatramo fotonima "u stanju linearne polarizacije s orijentacijom θ", dok za fotone u dvama izlaznim snopovima kažemo da su u stanjima linearnih polarizacije s orijentacijama u smjerovima x i y-osi. To znači da se foton u stanju linearne polarizacije s orijentacijom θ, prolaskom kroz dvolomac, pretvara ili u foton u stanju linearne polarizacije s orijentacijom x, ili u foton u stanju linearne polarizacije s orijentacijom y. Iz relacija (8) možemo nedvojbeno zaključiti da je vjerojatnost da pojedini ulazni foton bude izmjeren u stanju linearne polarizacije s orijentacijom x jednaka $\cos^2\theta$, dok je vjerojatnost da se on bude izmjeren u stanju linearne polarizacije s orijentacijom y jednaka $\sin^2\theta$. Međutim, prema svemu što znamo o fizici, ne postoji ništa na osnovu čega bismo mogli sa sigurnošću odrediti hoće li pojedini ulazni foton nakon prolaska kroz dvolomac biti izmjeren u stanju linearne polarizacije s jednom ili s drugom orijentacijom, odnosno, kako se to često kaže, "koji će put pojedini foton odabrati". Prihvatimo li tu tvrdnju kao temeljno svojstvo prirode, od kvantne teorije općenito *ne* očekujemo da ona sa sigurnošću predvidi ovakav ili onakav ishod eksperimenta, već isključivo predviđanje vjerojatnosti ovakvog ili onakvog ishoda. Zbog tog svojstva za kvantnu teoriju ponekad kažemo da je "probabilistička", nasuprot npr. klasičnoj mehanici za koju kažemo da je "determinističkom" teorijom.

Amplituda vjerojatnosti

Još jedno važno svojstvo kvantne fizike upoznat ćemo u jednostavnom zamišljenom eksperimentu u kojem foton može stići u detektor duž dvije različite putanje, ali pritom niti u načelu nije moguće razotkriti koju je od mogućih putanja foton odabrao. Eksperiment je prikazan sljedećom shemom (kako bismo izbjegli nezanimljive posebne slučajeve podrazumijevamo da orijentacije polarizatora i analizatora nisu paralelne s nekom od osi x i y):



(9)

Dvolomce je moguće podesiti tako da elektromagnetski val koji nastaje zbrajanjem dvaju valova na izlazu iz drugog dvolomca bude po svim svojim svojstvima jednak valu koji ulazi u prvi dvolomac. Tad očekujemo da će intenzitet snopa nakon prolaska analizatorom biti upravo onakav kakav bi bio kad par dvolomaca ne bi bio prisutan, odn. onakav kakvog smo susreli u jednostavnijem eksperimentu prikazanom shemom (5). Stvarni eksperiment s parom dvolomaca potvrdio bi naše očekivanje. Omjer intenziteta snopa nakon izlaska iz analizatora i njegovog intenziteta prije ulaska u prvi dvolomac je

$$\cos^2[\alpha - \theta], \tag{10}$$

a tu veličinu ujedno shvaćamo i kao vjerojatnost detekcije fotona koji je ušao u prvi dvolomac.

Pokušamo li razložiti zbivanja u eksperimentu (9) i opisati ih vjerojatnostima, mogli bismo postupiti na sljedeći način: Najprije razmotrimo slučaj u kojem zapriječimo prolaz fotona donjim snopom na shemi (snopom polariziranim u y-smjeru), dok prolaz fotona gornjim snopom (polariziranim u x-smjeru) ostavimo neometanim. Vjerojatnost da foton koji ulazi u prvi dvolomac stigne u detektor sada možemo izračunati kao vjerojatnost složenog događaja. Prvi jednostavni događaj je "odabir" gornje putanje kojemu odgovara vjerojatnost $\cos^2\theta$. Drugi jednostavni događaj je prolazak fotona koji je odabrao gornju putanju kroz analizator i konačno detekcija, kojemu, s obzirom da foton koji je odabrao gornju putanju iz drugog dvolomca izlazi kao foton u stanju linearne polarizacije s orijentacijom u x-smjeru, odgovara vjerojatnost $\cos^2\alpha$. Vjerojatnost složenog događaja jest produkt vjerojatnosti jednostavnih događaja i iznosi $\cos^2\theta\cos^2\alpha$. U obrnutom slučaju, kad bismo fotonima zapriječili prolaz gornjom putanjom a dopustili im neometan prolaz donjom putnjom, vjerojatnost složenog događaja bila bi $\sin^2\theta\sin^2\alpha$. Sad bismo mogli (pogrešno) očekivati da je uz oba otvorena snopa ukupna vjerojatnost da foton stigne u detektor zbroj vjerojatnosti da se to dogodi gornjom putanjom (uz zapriječenu donju) i vjerojatnosti da se to dogodi donjom putanjom (uz zapriječenu gornju). Rezultat koji bismo dobili glasio bi

$$\cos^2\theta\cos^2\alpha + \sin^2\theta\sin^2\alpha \tag{11}$$

što nije točan rezultat (10). Nesklad između dobivenog i točnog rezultata povezan je s činjenicom da smo u gornjoj analizi odvojeno razmatrali dva eksperimenta pri čemu je u svakom od njih posve jasno kojom putanjom se foton kretao, dok je eksperiment koji smo izvorno namjeravali analizirati posve drugačije prirode. U izvornom eksperimentu se niti u načelu ne može razlučiti kojom od dvije putanje je foton stigao do detektora. Svaki pokušaj detekcije fotona u prolasku gornjom ili donjom putanjom mogao bi promijeniti stanje polarizacije fotona te eksperiment više ne bi bio onakav kakvog smo zamislili. U svim takvim i sličnim slučajevima, dakle kad niti u načelu ne možemo znati na koji se od dva ili više mogućih načina neki događaj odvio, kvantna teorija nam nalaže da izračunamo i zbrojimo tzv. "amplitude vjerojatnosti" pojedinih događaja, a tek nam kvadrat (modula) zbroja svih amplituda daje konačnu vjerojatnost. Općenito, amplitude vjerojatnosti su u kvantnoj fizici kompleksni brojevi, no u našem jednostavnom eksperimentu bit će dovoljno raditi s realnim amplitudama. Ako je vjerojatnost da foton stigne u detektor gornjom putanjom $\cos^2\theta\cos^2\alpha$ (polarizacija fotona u smjeru x-osi, vidi raniju analizu), kao amplitudu vjerojatnosti a_x uzimamo korijen iz vjerojatnosti,

$$a_{\theta\to x\to\alpha} = \cos\theta\cos\alpha. \tag{12}$$

Na istovjetan način kao amplitudu vjerojatnosti da foton stigne u detektor donjom putanjom uzimamo

$$a_{\theta\to y\to\alpha} = \sin\theta\sin\alpha. \tag{13}$$

Izračunamo li sada ukupnu vjerojatnost kao kvadrat zbroja amplituda vjerojatnosti,

$$(a_{\theta\to x\to\alpha} + a_{\theta\to y\to\alpha})^2 = (\cos\theta\cos\alpha + \sin\theta\sin\alpha)^2 = \cos^2[\theta-\alpha], \tag{14}$$

dobivamo od ranije poznat točan rezultat (10).

Zanimljivo je uočiti analogiju između interferencije mehaničkih ili elektromagnetskih valova u klasičnoj fizici i interferencije amplituda vjerojatnosti u kvantnoj fizici. Pri opisu interferencije valova u klasičnoj fizici zbrajamo amplitude valova, pri čemu može doći do konstruktivne ili do destruktivne interferencije, a kvadrat zbroja amplituda nam govori o intenzitetu vala. Slična situaciju prepoznajemo u kvantnoj fizici gdje zbrajamo amplitude vjerojatnosti, a tek kvadrat modula zbroja amplituda vjerojatnosti nam daje vjerojatnost nekog događaja.

Općenito stanje polarizacije

Električno polje općenitog ravnog elektromagnetskog vala možemo izraziti kao tzv. linearnu superpoziciju (zbroj) dvaju linearno polariziranih valova s međusobno okomitim orijentacijama polarizacije. Ako val frekvencije ω putuje u smjeru z-osi, onda kao međusobno okomite orijentacije polarizacija možemo odabrati smjerove x i y-osi te električno polje možemo opisati izrazom

$$\mathbf{E}[t,z] = E_x\,\mathbf{i}\,\cos[kz-\omega t+\phi_x] + E_y\,\mathbf{j}\,\cos[kz-\omega t+\phi_y]. \tag{15}$$

Različitim odnosima amplituda E_x i E_y i početnih faza ϕ_x i ϕ_y, linearnom superpozicijom (15) možemo ostvariti linearno polarizirani val bilo koje orijentacije, kružno polarizirani val lijeve ili desne orijentacije, ili pak najopćenitije stanje polarizacije koje zovemo eliptičnom polarizacijom. Slika 2 prikazuje dva linearno polarizirana vala čiji zbroj daje kružno polarizirani val. Intenzitet vala opisanog izrazom (15) je

$$I = \kappa(E_x^2 + E_y^2), \tag{16}$$

gdje je κ konstanta koju smo već susreli u izrazu (2).

Prihvatimo li uobičajenu konvenciju o prikazivanju oscilirajućih veličina kompleksnom eksponencijalnom funkcijom umijesto kosinusom,[3] izraz (15) možemo napisati u obliku

$$\mathbf{E}[t,z] = E_x\,\mathbf{i}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kz-\omega t+\phi_x)} + E_y\,\mathbf{j}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kz-\omega t+\phi_y)} = \left(E_x\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_x}\,\mathbf{i} + E_y\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_y}\,\mathbf{j}\right)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kz-\omega t)}. \tag{17}$$

Uočavamo da je sva informacija o intenzitetu i o polarizaciji vala sada sadržana u vektoru $E_x\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_x}\,\mathbf{i} + E_y\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_y}\,\mathbf{j}$. Kako bismo odvojili informaciju o intenzitetu vala od informacije o njegovoj polarizaciji, izraz (17) pišemo u obliku

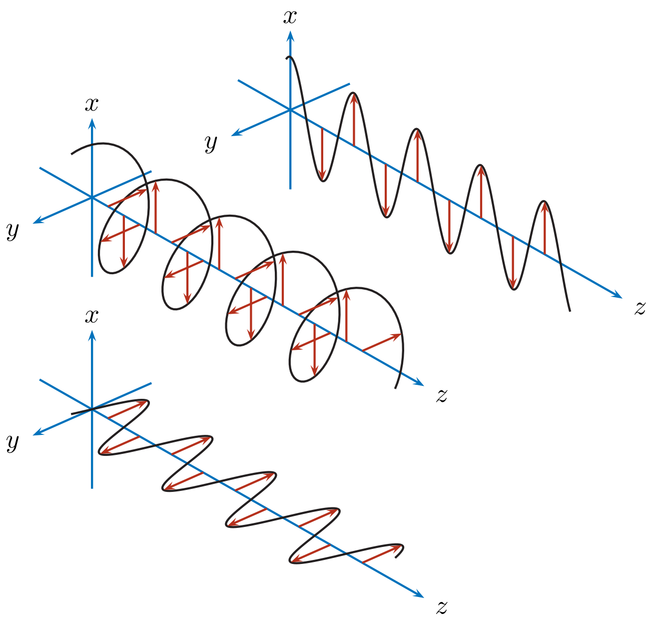
$$\mathbf{E}[t,z] = E_0\,(\lambda\,\mathbf{i} + \mu\,\mathbf{j})\;\mathrm{e}^{\mathrm{i}(iz-\omega t)}, \tag{18}$$

gdje je $E_0 = (E_x^2 + E_y^2)^{1/2}$, a kompleskni koeficijenti $\lambda = (E_x/E_0)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_x}$ i $\mu = (E_y/E_0)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_y}$ zadovoljavaju tzv. "uvjet normiranja" koji glasi $|\lambda|^2 +$

[3] Eulerova formula povezuje trigonometrijske funkcije s kompleksnom eksponencijalnom funkcijom i glasi

$$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi} = \cos\phi + \mathrm{i}\sin\phi,$$

gdje je x realan broj, e je baza prirodnog logaritma, a i je imaginarna jedinica. Ona nam omogućuje da faktor oblika npr. $\cos[\omega t]$ koji koristimo pri opisu titrajućih pojava izrazimo kao $\mathrm{Re}\left[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\right]$. Nadalje, možemo izostaviti operator Re, vodeći računa o tome da imaginarni dio funkcije kojom opisujemo titrajuću pojavu nema izravnu interpretaciju.



Slika 2: Električno polje ravnog elektromagnetskog vala kružne polarizacije (gore lijevo) može se prikazati kao zbroj električnog polja vala polariziranog u smjeru x-osi s početnom fazom $\phi_x = 0$ (gore-desno) i vala polariziranog u y-smjeru s početnom fazom $\phi_y = \pi/4$ (dolje-lijevo). Električno polje je prikazano vektorima crvene boje u trenutku $t = 0$.

$|\mu|^2 = 1$. Sada je, korištenjem (16), lako pokazati da je intenzitet vala (18) dan jednostavnim izrazom $I = \kappa E_0^2$, a to znači da se u vektoru

$$\lambda\,\mathbf{i} + \mu\,\mathbf{j}, \qquad \lambda, \mu \in \mathbb{C}, \qquad |\lambda|^2 + |\mu|^2 = 1, \tag{19}$$

nalazi sva informacija o polarizaciji vala. Važno je naglasiti da taj vektor, s obzirom da su njegovi koeficijenti kompleksni brojevi, više ne posjeduje uobičajenu geometrijsku interpretaciju u x, y-ravnini, već opisuje polarizaciju elektromagnetskog vala u posve novom vektorskom prostoru. Također je važno uočiti da je množenje vektora (19) bilo kojim kompleksnim brojem modula jednakog jedinici (brojem oblika $e^{i\psi}$) istovjetno drugačijem odabiru početnog trenutka u vremenu ili drugačijem odabiru ishodišta na z-osi u izrazu (18). To znači da množenje vektora (19) takvim brojem ne mijenja stanje polarizacije vala koje vektor opisuje.

Sada ćemo, oslanjajući se ne opis stanja polarizacije elektromagnetskog vala vektorom (19), na analogan opisati stanja polarizacije fotona. Polazimo od odabira dvaju stanja linearne polarizacije međusobno okomitih orijentacija. Označit ćemo ih tzv. "ket-simbolima" $|0\rangle$ i $|1\rangle$, a shvaćamo ih kao jedinične vektore.[4] Uzmemo li da ket $|0\rangle$ označava stanje linearne polarizacije s orijentacijom u smjeru x-osi, onda ket $|1\rangle$ označava

[4]Bra i ket simboli dio su tzv. Diracove notacije. Notacija je dobila ime po jednom od utemeljitelja kvantne teorije, britanskom fizičaru Paulu Adrianeu Mauriceu Diracu (1902.–1984.), koji ju je prvi počeo koristiti. Diracovu notaciju još zovemo bra-ket notacijom jer se bra-simbol poput $\langle\Psi|$ i ket-simbol poput $|\Phi\rangle$ u računima često pojavljuju zajedno kao objekt $\langle\Psi|\Phi\rangle$, koji na engleskom jeziku zovemo *bracket*, a što se u šali može rastaviti na *bra* i *ket*. Sam ket-simbol nema nikakve izravne veze s nesretnom ulogom koju je zamišljena mačka (engl. *cat*) imala u pokušaju još jednog od utemeljitelja kvantne teorije, austrijskog fizičara Erwina Schrödingera (1887.–1961.), da široj javnotsi približi neke zanimljivosti kvantne fizike. Paulu Diracu i Erwinu Schrödingeru je 1933. g. dodijeljena Nobelova nagradu za fiziku.

Tablica 1: Prikaz nekih stanja polarizacije fotona ket-simbolima uz korištenje baze čija stanja $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ odgovaraju stanjima linearne polarizacije orijentirane u smjeru x i y-osi.

Polarizacija	λ	μ	*Ozn.*	*Prikaz u bazi* $\{|0\rangle, |1\rangle\}$
Linearna, x-os	1	0	$|0\rangle$	
Linearna, y-os	0	1	$|1\rangle$	
Linearna, θ u odn. na x-os	$\cos\theta$	$\sin\theta$	$|\theta\rangle$	$\cos\theta\,|0\rangle + \sin\theta\,|1\rangle$
Linearna, $\theta = 45°$	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	$|+\rangle$	$(|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$
Linearna, $\theta = -45°$	$1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	$|-\rangle$	$(|0\rangle - |1\rangle)/\sqrt{2}$
Kružna, desna	$1/\sqrt{2}$	$\mathrm{i}/\sqrt{2}$	$|R\rangle$	$(|0\rangle + \mathrm{i}\,|1\rangle)/\sqrt{2}$
Kružna, lijeva	$1/\sqrt{2}$	$-\mathrm{i}/\sqrt{2}$	$|L\rangle$	$(|0\rangle - \mathrm{i}\,|1\rangle)/\sqrt{2}$

stanje linearne polarizacije s orijentacijom u smjeru y-osi. Označimo li općenito stanje polarizacije fotona ketom $|\Phi\rangle$, možemo ga izraziti kao linearnu kombinaciju ketova $|0\rangle$ i $|1\rangle$,

$$|\Phi\rangle = \lambda\,|0\rangle + \mu\,|1\rangle\,, \qquad \lambda, \mu \in \mathbb{C}, \qquad |\lambda|^2 + |\mu|^2 = 1. \tag{20}$$

Ket $|\Phi\rangle$ shvaćamo kao vektor u vektorskom prostoru razapetom jediničnim vektorima $|0\rangle$ i $|1\rangle$. Kao i pri opisu polarizacije elektromagnetskog vala, koeficijenti λ i μ su kompleksni brojevi koji zadovoljavaju uvjet normiranja. Nadalje, kao i pri opisu polarizacije elektromagnetskog vala, množenje obaju koeficijenata λ i μ istim kompleksnim brojem modula jednakog jedinici stanje polarizacije ostaje nepromijenjeno. U tablici 1 su navedena neka stanja polarizacije koja često susrećemo.

Prikaz stanja polarizacije fotona vektorima poput (20) nam omogućuje jednostavno računanje amplitude vjerojatnosti nalaženja fotona u stanju polarizacije opisanom ketom $|\Psi\rangle$, ako se foton nalazi u stanju polarizacije opisanom s ketom $|\Phi\rangle$, ili kako se to još kraće kaže, da foton "pripremljen" u stanju $|\Phi\rangle$ bude "izmjeren" u stanju $|\Psi\rangle$, ili da "prođe $|\Psi\rangle$-provjeru". Amplitudu vjerojatnosti računamo kao skalarni produkt vektora $|\Phi\rangle$ i $|\Psi\rangle$ koji je definiran na sljedeći način: Ako su

$$|\Phi\rangle = \lambda\,|0\rangle + \mu\,|1\rangle \qquad \text{i} \qquad |\Psi\rangle = \nu\,|0\rangle + \sigma\,|1\rangle \tag{21}$$

vektori, njihov skalarni produkt $\langle\Psi|\Phi\rangle$ je

$$\langle\Psi|\Phi\rangle = \nu^*\lambda + \sigma^*\mu, \tag{22}$$

gdje zvjezdica (*) označava kompleskno konjugiranje (vrijede relacije $\langle 0|0\rangle = \langle 1|1\rangle = 1$, $\langle 0|1\rangle = 0$, $\langle\Psi|\Phi\rangle = \langle\Phi|\Psi\rangle^*$).

Zadatak: Korištenjem definicije skalarnog produkta pokaži da je uvjet normiranja u (20) istovjetan uvjetu $\langle\Phi|\Phi\rangle = 1$.

Zadatak: Pokaži da ako vektori $|\Phi\rangle$ i $|\Psi\rangle$ zadovoljavaju uvjet normiranja, onda vrijedi $|\langle\Psi|\Phi\rangle| \le 1$.

Kao primjer razmotrimo od ranije poznatu situaciju u kojoj foton koji je pripremljen u stanju linearne polarizacije s orijentacijom koja s x-osi zatvara kut θ nailazi na polarizacijski filtar čija orijentacija s x-osi zatvara kut α (vidi sliku 1). Odredit ćemo vjerojatnost prolaska fotona kroz analizator. Uzimamo da je foton pripremljen u stanju

$$|\theta\rangle = \cos\theta\,|0\rangle + \sin\theta\,|1\rangle \tag{23}$$

te da amplituda vjerojatnosti prolaska kroz analizator odgovara amplitudi vjerojatnosti da on bude izmjeren u stanju

$$|\alpha\rangle = \cos\alpha\,|0\rangle + \sin\alpha\,|1\rangle\,. \tag{24}$$

Amplituda vjerojatnosti je

$$a_{\theta\to\alpha} = \langle\alpha|\theta\rangle = \cos\alpha\cos\theta + \sin\alpha\sin\theta = \cos[\alpha-\theta], \tag{25}$$

a vjerojatnost prolaska fotona kroz polarizator je $p_{\theta\to\alpha} = |a_{\theta\to\alpha}|^2 = \cos^2[\alpha-\theta]$.

Zadatak: Pokaži da je vjerojatnost prolaska fotona u stanju kružne polarizacije (vidi tablicu 1) kroz polarizacijski filtar neovisna o orijentaciji filtra.

Klasični i kvantni bit

Klasični bit je bilo koji sklop koji se može naći u jednom od njegova dva različita stanja i koji možemo, prema želji, prebaciti iz jednog stanja u drugo. Ta stanja obično obilježavamo brojevima 0 i 1. Smatramo da je klasični bit nosioc najmanje količine informacije u njenom klasičnom smislu. Dovoljno dug niz bitova omogućuje nam da zapišemo proizvoljno veliku količinu klasične informacije, a manipulacije nad stanjima bitova dopuštaju nam obradu informacije. Klasični bit može se realizirati električnim kondenzatorom koji može biti električki neutralan ili nabijen, električnim prekidačem koji može biti otvoren ili zatvoren, kovanicom koju možemo položiti na stol "na pismo ili glavu", itd. Pri opisu klasičnog bita kvantna fizika ne igra značajnu ulogu.

Kvantnim bitom smatramo bilo koji sustav koji u svom ponašanju jasno pokazuje kvantne pojave, a koji je dovoljno jednostavan da njegovo općenito stanje možemo opisati linearnom superpozicijom njegovih dvaju stanja. Ta stanja najčešće obilježavamo ket-simbolima $|0\rangle$ i $|1\rangle$. Primjer takvog sustava je foton čije smo stanje polarizacije opisali vektorom (20). Kvantni bit smatramo najmanjim nosiocem informacije "na kvantnoj razini". Sam se kvantni bit može naći u bilo kojem od beskonačno mnogo različitih stanja, no bilo bi pogrešno iz toga zaključiti da u njega možemo pohraniti beskonačnu količinu informacije. Ovo su najvažnije razlike između klasičnog i kvantnog bita:

- Postoji samo jedan način mjerenja stanja klasičnog bita, a rezultat mjerenja je jedna od dviju vrijednosti: 0 ili 1.

  Mjerenjem stanja kvantnog bita također dobivamo jednu od dvije različite vrijednosti koje obilježavamo s 0 ili 1, međutim mjerenje je moguće provesti na beskonačno mnogo različitih načina, pri čemu rezultat ovisi o načinu koji odaberemo. U primjeru mjerenja stanja polarizacije fotona (vidi shemu (7)), različite načine mjerenja polarizacije možemo realizirati različitim orijentacijama dvolomca. Na primjer, Ako je dvolomac orijentiran tako da su orijentacije polarizacija njegovih izlaznih snopova paralelne s x i y-osi, foton pripremljen u stanju linearne polarizacije čija orijentacija zatvara kut 45° s x-osi ima jednaku vjerojatnost naći se bilo u jednom, bilo u drugom izlaznom snopu, a to znači da su vjerojatnosti da mjerenjem dobijemo 0 ili 1 međusobno jednake. Međutim, zakrenemo li dvolomac za kut 45° oko z-osi, možemo sa sigurnošću znati u kojem od dva snopa će se naći naš foton, odnosno, hoćemo li mjerenjem dobiti 0 ili 1.

- Rezultat mjerenja stanja klasičnog bita (0 ili 1) sadrži potpunu informaciju o stanju u kojem se on nalazi.

Mjerenjem stanja kvantnog bita također dobivamo rezultat koji možemo zapisati kao 0 ili 1, ali ovdje time ne dobivamo potpunu informaciju o stanju u kojem se kvantni bit nalazio prije mjerenja. Osim toga, izvorno stanje fotona ne određuje u potpunosti ishod mjerenja stanja, već samo vjerojatnost dobivanja jednog ili drugog rezultata.

- Klasični bit se može trajno nalaziti u bilo kojem od svoja dva stanja, a mjerenje stanja možemo ponoviti proizvoljno mnogo puta. Zanemarimo li učinke šuma i moguće druge smetnje, sva mjerenja dat će isti rezultat.

  Stanje kvantnog bita možemo izmjeriti samo jednom jer se on, nakon provedenog mjerenja, više ne nalazi u svom izvornom stanju. Primjer takvog mjerenja je propuštanje fotona kroz polarizacijski filter ili dvolomac, gdje nakon detekcije foton više ne postoji.

  Iz činjenice da kvantni bit možemo izmjeriti samo jednom također slijedi da ne možemo izmjeriti vjerojatnost dobivanja jednog ili drugog ishoda. Vjerojatnost možemo izmjeriti jedino ako smo u mogućnosti izmjeriti velik broj kvantnih bitova pripremljenih na identičan način.

- Stanje klasičnog bita možemo izmjeriti i zatim neki drugi klasični bit postaviti u to stanje, pri čemu stanje izvornog bita ostaje nepromijenjeno. To znači da klasičnu informaciju moguće kopirati.

  Stanje kvantnog bita nije moguće prenijeti na drugi kvantni bit, a da pritom stanje izvornog kvantnog bita ostane nepromijenjeno. To znači da kopiranje informacije na kvantnoj razini nije moguće.

Očigledno je da se kvantni bit ponaša posve različito od klasičnog bita. Na prvi pogled bismo mogli pomisliti da kvantni bit u odnosu na klasični bit donosi više poteškoća nego mogućih prednosti, međutim, pokazalo da neka svojstva kvantnog bita možemo itekako dobro iskoristiti razvijemo li odgovarajuće algoritme i mogućnost upravljanja stanjima dovoljno velikog broja kvantnih bitova. U poglavljima koja slijede bavit ćemo se principima kvantne mehanike, kvantne informacije i kvantnih algoritama i ukazat ćemo na neke od njihovih mogućih primjena.

Pogreške i nejasnoće molim prijaviti na `sasa.ilijic@fer.hr` (Hvala!)