Upravljanje stanjem qubita

Kvantna računala (SI)

11. studenog 2016.

Prikaz stanja qubita na Blochovoj sferi

Blochova sfera

Potpuno općenito stanje qubita može se izraziti vektorom stanja

$$|\Phi\rangle = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi/2} \cos\frac{\vartheta}{2}\,|0\rangle + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi/2} \sin\frac{\vartheta}{2}\,|1\rangle$$

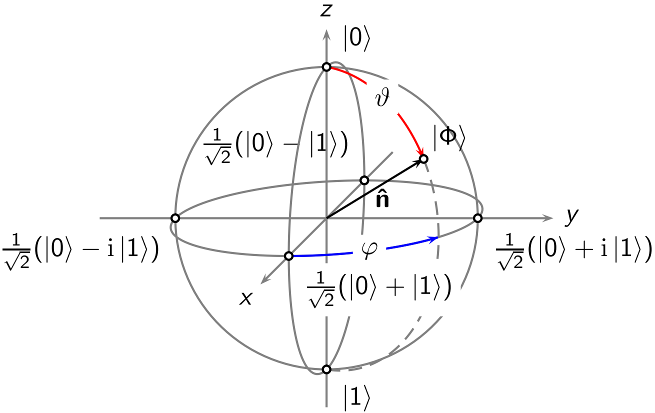
gdje su $|0\rangle$ i $|1\rangle$ vektori ortonormirane baze u $\mathcal{H}^{(2)}$, a parametre

$$0 \leq \varphi < 2\pi \qquad \text{i} \qquad 0 \leq \vartheta \leq \pi$$

možemo shvatiti kao koordinate točke na tzv. *Blochovoj sferi*.

Gornji zapis osigurava normiranost vektora stanja $\langle\Phi|\Phi\rangle = 1$ te uzima u obzir činjenicu da $|\Phi\rangle$ i $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\psi}\,|\Phi\rangle$ predstavljaju isto stanje.

Prikaz stanja $|\Phi\rangle = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi/2} \cos\frac{\vartheta}{2}\, |0\rangle + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi/2} \sin\frac{\vartheta}{2}\, |1\rangle$ na BS:



$$\hat{\mathbf{n}} = \sin\vartheta\cos\varphi\,\mathbf{i} + \sin\vartheta\sin\varphi\,\mathbf{j} + \cos\vartheta\,\mathbf{k}$$

Primjer. Vektor $\hat{\mathbf{n}} = \sin\vartheta\cos\varphi\,\mathbf{i} + \sin\vartheta\sin\varphi\,\mathbf{j} + \cos\vartheta\,\mathbf{k}$ pokazuje točku na Blochovoj sferi kojoj odgovara vektor stanja

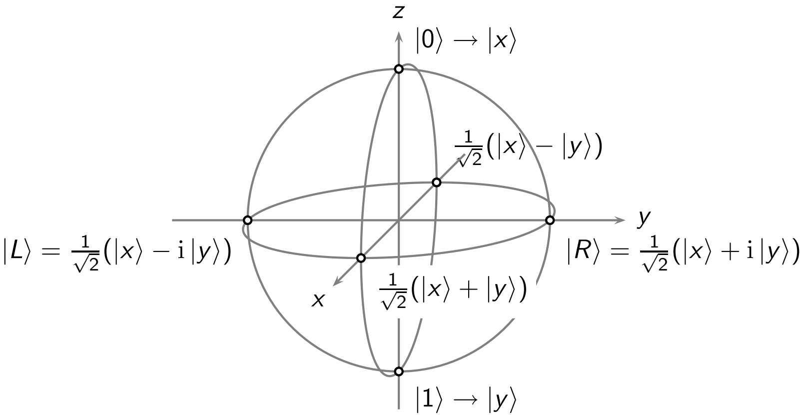
$$|\Phi\rangle = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi/2}\cos\frac{\vartheta}{2}\,|0\rangle + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi/2}\sin\frac{\vartheta}{2}\,|1\rangle\,.$$

U suprotnu točku na BS dolazimo vektorom $-\mathbf{n}$ odnosno zamjenom $\vartheta \to \pi - \vartheta$ i $\varphi \to \varphi \pm \pi$, čemu odgovara vektor stanja

$$\begin{aligned}|\Phi_\perp\rangle &= \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\varphi\pm\pi)/2}\cos\frac{\pi-\vartheta}{2}\,|0\rangle + \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\varphi\pm\pi)/2}\sin\frac{\pi-\vartheta}{2}\,|1\rangle\\ &= \mp\mathrm{i}\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi/2}\sin\frac{\vartheta}{2}\,|0\rangle - \mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi/2}\cos\frac{\vartheta}{2}\,|1\rangle\right)\end{aligned}$$

Vektori stanja $|\Phi\rangle$ i $|\Phi_\perp\rangle$ zadovoljavaju relacije ortonormiranosti te predstavljaju moguć odabir ortonormirane baze u $\mathcal{H}^{(2)}$.

Primjer. Prikaz stanja polarizacije fotona na BS:



Svojstva vektora stanja prikazanih na Blochovoj sferi:

- Bilo koji par suprotnih točaka na Blochovoj sferi predstavlja moguć odabir vektora ortonormirane baze.
- Stanja na ekvatoru Blochove sfere koji je određen odabirom baze (polova) maksimalno su nekompatibilna sa stanjima baze.
- Bilo koji par suprotnih točaka na ekvatoru predstavlja bazu koja je komplementarna s bazom koja određuje ekvator.
- Istovremeno je moguće odabrati tri međusobno komplementarne baze. (To mogu biti, na primjer, parovi točaka u kojima x, y i z-os probadaju Blochovu sferu.)

Paulijeve matrice i prikaz hermitskog operatora

Projektori na vektore stanja $|0\rangle = \left(\begin{smallmatrix}1\\0\end{smallmatrix}\right)$ i $|1\rangle = \left(\begin{smallmatrix}0\\1\end{smallmatrix}\right)$ koji se nalaze u točkama u kojima z-os probada Blochovu sferu su

$$|0\rangle\langle 0| = \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 0\end{pmatrix} \qquad \text{i} \qquad |1\rangle\langle 1| = \begin{pmatrix}0 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}.$$

Koristeći te projektore sastavljamo hermitski operator

$$\sigma_z = (+1)\,|0\rangle\langle 0| \;+\; (-1)\,|1\rangle\langle 1| = \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{pmatrix}.$$

Svojstveni vektori tog operatora su $|0\rangle$ (točka Blochove sfere u kojoj ju probada pozitivan krak z-osi) sa svojstvenom vrijednošću 1 te $|1\rangle$ (točka BS u kojoj ju probada negativan krak z-osi) sa svojstvenom vrijednošću -1.

Sličnim postupkom sastavljamo hermitske operatore čija svojstvena stanja odgovaraju parovima točaka na Blochovoj sferi u kojima ju probadaju x odnosno y-os. Matrični prikazi tih operatora su

$$\sigma_x = \cdots = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{i} \qquad \sigma_y = \cdots = \begin{pmatrix} 0 & -\mathrm{i} \\ \mathrm{i} & 0 \end{pmatrix}.$$

Uobičajene su oznake

$$\sigma_1 = \sigma_x, \qquad \sigma_2 = \sigma_y, \qquad \sigma_3 = \sigma_z,$$

a može se pokazati da vrijede relacije

$$\sigma_i^2 = I, \qquad \sigma_1\sigma_2 = \mathrm{i}\sigma_3, \qquad \sigma_2\sigma_3 = \mathrm{i}\sigma_1, \qquad \sigma_3\sigma_1 = \mathrm{i}\sigma_2.$$

Paulijeve ili σ-matrice

Matrice

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -\mathrm{i} \\ \mathrm{i} & 0 \end{pmatrix} \qquad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

zovemo *Paulijevim* ili *σ-matricama*. One predstavljaju hermitske operatore u $\mathcal{H}^{(2)}$ čiji se svojstveni vektori podudaraju s vektorima triju međusobno komplementarnih baza u $\mathcal{H}^{(2)}$ i čije su svojstvene vrijednosti ± 1.

Primjer. Vektori $\pm\hat{\mathbf{n}}$ na Blochovoj sferi pokazuju stanja

$$|\Phi\rangle = \begin{pmatrix} e^{-i\varphi/2}\cos\frac{\vartheta}{2} \\ e^{i\varphi/2}\sin\frac{\vartheta}{2} \end{pmatrix} \qquad \text{i} \qquad |\Phi_\perp\rangle = \begin{pmatrix} e^{-i\varphi/2}\sin\frac{\vartheta}{2} \\ -e^{i\varphi/2}\cos\frac{\vartheta}{2} \end{pmatrix}$$

koja čine ortonormiranu bazu (raniji primjer). Konstruiramo li operator

$$\sigma_{\hat{\mathbf{n}}} = (+1)\,|\Phi\rangle\,\langle\Phi| + (-1)\,|\Phi_\perp\rangle\,\langle\Phi_\perp| = \begin{pmatrix} \cos\vartheta & e^{-i\varphi}\sin\vartheta \\ e^{-i\varphi}\sin\vartheta & -\cos\vartheta \end{pmatrix},$$

u posebnim slučajevima $\hat{\mathbf{n}} = \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ dobivamo Paulijeve matrice:

$$\begin{array}{lll} \hat{\mathbf{n}} = \mathbf{i} & (\vartheta = \pi/2, \varphi = 0) & : \quad \sigma_{\hat{\mathbf{n}}} = \sigma_1 \\ \hat{\mathbf{n}} = \mathbf{j} & (\vartheta = \pi/2, \varphi = \pi/2) & : \quad \sigma_{\hat{\mathbf{n}}} = \sigma_2 \\ \hat{\mathbf{n}} = \mathbf{k} & (\vartheta = 0) & : \quad \sigma_{\hat{\mathbf{n}}} = \sigma_3 \end{array}$$

Prikaz hermitskog operatora

Matrični prikaz bilo kojeg hermitskog operatora M u $\mathcal{H}^{(2)}$ možemo izraziti kao

$$M = \lambda_0 I + \sum_{i=1}^{3} \lambda_i \sigma_i,$$

gdje je I jedinična matrica, σ_1, σ_2 i σ_3 su Paulijeve matrice, a $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ i λ_3 su realni koeficijenti.

Primjer. Operator $\sigma_{\hat{\mathbf{n}}}$ iz prethodnog primjera možemo izraziti kao

$$\sigma_{\hat{\mathbf{n}}} = \sin\vartheta \cos\varphi \; \sigma_1 + \sin\vartheta \sin\varphi \; \sigma_2 + \cos\vartheta \; \sigma_3,$$

gdje su σ_1, σ_2 i σ_3 Paulijeve matrice, a koeficijenti $\lambda_1 = \sin\vartheta\cos\varphi$ itd. se podudaraju s komponentama vektora $\hat{\mathbf{n}}$.

Spin 1/2 kao realizacija qubita

Spin je, uz masu i električni naboj, temeljno svojstvo čestice. Po svom karakteru, spin je vektorska veličina nalik kutnoj količini gibanja.

Spin čestice je, poput električnog naboja, kvantiziran. U prirodi postoje čestice sa spinskim kvantnim brojem

$$s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots,$$

a sama vrijednost spina je $S = \hbar\sqrt{s(s+1)}$, gdje je $\hbar = 1.05 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s^{-1}}$ Planckova konstanta.

Elektron, proton i neutron imaju spinski kvantni broj $s = 1/2$.

U eksperimentima je moguće mjeriti projekciju spina čestice na odabranu prostornu os (npr. Stern–Gerlachov eksperiment).

Projekcija spina čestice spinskog kvantnog broja s na odabranu os može poprimiti $2s+1$ različitih vrijednosti. Odaberemo li z-os, moguće projekcije spina su

$$S_z = -\hbar s, -\hbar(s-1), \ldots, \hbar(s-1), \hbar s.$$

Kad se radi o čestici spinskog kvantnog broja $s = 1/2$, moguće su samo dvije projekcije spina na z-os,

$$S_z = \pm\frac{\hbar}{2},$$

te kažemo da orijentacija spina čestice spinskog kvantnog broja $s = 1/2$ predstavlja moguću realizaciju qubita.

Projekciju spina čestice spinskog kvantnog broja $s = 1/2$ na x, y i z-os opisujemo hermitskim operatorima

$$S_x = \frac{\hbar}{2}\sigma_1, \qquad S_y = \frac{\hbar}{2}\sigma_2, \qquad S_z = \frac{\hbar}{2}\sigma_3,$$

dok vektor spina takve čestice možemo opisati operatorom

$$\mathbf{S} = \frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\sigma}, \qquad \text{gdje je} \qquad \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{i}\,\sigma_1 + \mathbf{j}\,\sigma_2 + \mathbf{k}\,\sigma_3.$$

Očekivani vektor spina u sustavu koji se nalazi u stanju $|\Phi\rangle$ je

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \langle \Phi | \mathbf{S} | \Phi \rangle = \cdots = \frac{\hbar}{2}\,\hat{\mathbf{n}},$$

gdje je $\hat{\mathbf{n}}$ vektor koji na Blochovoj sferi pokazuje stanje $|\Phi\rangle$.

Kvadrat iznosa spina čestice spinskog kvantnog broja $s = 1/2$ možemo opisati hermitskim operatorom

$$\begin{aligned} S^2 = \mathbf{S} \cdot \mathbf{S} = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 &= \frac{\hbar^2}{4} \left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2\right) \\ &= \frac{\hbar^2}{4} \left(I + I + I\right) \\ &= \frac{3\hbar^2}{4} I. \end{aligned}$$

Uočavamo da je svako stanje qubita (orijentacija spina) svojstveno stanje operatora S^2 uz svojstvenu vrijednost $3\hbar^2/4$.

Iznos spina čestice čiji je spinski kvantni broj $s = 1/2$ prepoznajemo kao $S = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$ što je upravo $\hbar\sqrt{s(s+1)}$.

Schrödingerova jednadžba

Princip kvantne mehanike 3: evolucija stanja u vremenu

Evolucija stanja kvantnog sustava u vremenu,

$$|\Phi[0]\rangle \to |\Phi[t]\rangle \,,$$

jest *linearna* transformacija početnog stanja sustava koja u vremenu *ne mijenja normu vektora stanja*.

Linearnost transformacije koja opisuje vremensku evoluciju podrazumijeva da ju možemo opisati izrazom

$$|\Phi[t]\rangle = U[t,0]\,|\Phi[0]\rangle \,,$$

gdje je $U[t,0]$ *operator evolucije* koji, zbog zahtjeva za očuvanjem norme vektora, ima tzv. *svojstvo unitarnosti*.

Svojstva unitarnog operatora vremenske evolucije $U[t_2, t_1]$:

- Unitarnost: ako $|\Phi'\rangle = U|\Phi\rangle$, onda $\langle\Phi'|\Phi'\rangle = \langle\Phi|\Phi\rangle$
- Ako $|\Phi'\rangle = U|\Phi\rangle$ i $|\Psi'\rangle = U|\Psi\rangle$, onda $\langle\Psi'|\Phi'\rangle = \langle\Psi|\Phi\rangle$
- Invertibilnost: postoji "inverz" U^{-1} takav da $U^{-1}U = I$ sa svojstvom
$$U^{-1} = U^\dagger$$
- Kompozicija operatora: $U[t_2, t_1] = U[t_2, t']U[t', t_1]$
- Također vrijede relacije:
$$U^{-1}[t_2, t_1] = U[t_1, t_2], \qquad U[t, t] = I, \qquad \ldots$$

Operator $U[t+\mathrm{d}t, t_0]$ možemo izraziti na dva načina

$$U[t+\mathrm{d}t, t_0] = U[t+\mathrm{d}t, t]U[t, t_0],$$
$$U[t+\mathrm{d}t, t_0] \simeq U[t, t_0] + \mathrm{d}t\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}U[t, t_0],$$

a usporedbom slijedi

$$U[t+dt, t]U[t, t_0] \simeq \left(I - \frac{\mathrm{i}}{\hbar}\mathrm{d}t\hat{H}[t]\right)U[t, t_0],$$

gdje je $\hat{H}$ tzv. Hamiltonov operator ili hamiltonijan,

$$\hat{H} = \mathrm{i}\hbar\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t'}U[t', t]\bigg|_{t'=t},$$

a $\hbar$ je tzv. Planckova konstanta.

Pokazujemo da je hamiltonijan $\hat{H}$ hermitski operator,

$$
\begin{aligned}
I = U[t, t + \mathrm{d}t]U[t + \mathrm{d}t, t] = U^\dagger[t + \mathrm{d}t, t]U[t + \mathrm{d}t, t] \\
&\simeq \left(I - \frac{\mathrm{i}}{\hbar}\mathrm{d}t\hat{H}[t]\right)^\dagger \left(I - \frac{\mathrm{i}}{\hbar}\mathrm{d}t\hat{H}[t]\right) \\
&\simeq \left(I + \frac{\mathrm{i}}{\hbar}\mathrm{d}t\hat{H}^\dagger[t]\right) \left(I - \frac{\mathrm{i}}{\hbar}\mathrm{d}t\hat{H}[t]\right) \\
&\simeq I + \frac{\mathrm{i}}{\hbar}\mathrm{d}t(\hat{H}^\dagger[t] - \hat{H}[t]),
\end{aligned}
$$

iz čega slijedi $\hat{H}^\dagger = \hat{H}$.

S obzirom da je hamiltonijan hermitski operator, on predstavlja fizikalno mjerljivu veličinu. Uzima se da hamiltonijan opisuje ukupnu energiju sustava.

Schrödingerova jednadžba

Operator vremenske evolucije sustava U zadovoljava (diferencijalnu) jednadžbu gibanja

$$\mathrm{i}\hbar \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} U[t, t_0] = \hat{H}[t] U[t, t_0],$$

gdje hermitski operator $\hat{H}$ opisuje energiju sustava, a $\hbar = 1.05 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s^{-1}}$ je Planckova konstanta. Gornju jednadžbu zovemo *Schrödingerovom* jednadžbom, a operator $\hat{H}$ zovemo Hamiltonovim operatorom ili hamiltonijanom.

Kad $\hat{H}$ ne ovisi o vremenu, operator vremenske evolucije ovisi isključivo o proteklom vremenu, $U[t, t_0] = U[t - t_0]$.

Larmorova precesija

Neka kvantni sustav ima dva stanja kojima odgovaraju energije $\hbar\omega_A$ i $\hbar\omega_B$. Neka je $\omega_B \geq \omega_A$.

Moguće je odabrati bazu $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ tako da matrični prikaz hamiltonijana poprimi oblik

$$\hat{H} = \hbar\omega_A |0\rangle\langle 0| + \hbar\omega_B |1\rangle\langle 1| = \begin{pmatrix} \hbar\omega_A & 0 \\ 0 & \hbar\omega_B \end{pmatrix}.$$

Rješenje Schrödingerove jednadžbe u tom slučaju glasi

$$U[t, t_0] = \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_A(t-t_0)} & 0 \\ 0 & \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_B(t-t_0)} \end{pmatrix}.$$

Uvedemo li oznake

$$\bar{\omega} = (\omega_A + \omega_B)/2 \qquad \text{i} \qquad \omega_0 = \omega_B - \omega_A,$$

gdje frekvenciju ω_0 zovemo *Larmorovom frekvencijom*, te uzmemo li $t_0 = 0$, operator vremenske evolucije možemo izraziti kao

$$U[t,0] = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\bar{\omega}t} \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_0 t/2} & 0 \\ 0 & \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_0 t/2} \end{pmatrix}.$$

Ako je stanje sustava u $t = 0$ dano vektorom $|\Phi[0]\rangle = \lambda\,|0\rangle + \mu\,|1\rangle$, primjenom gornjeg operatora dobivamo

$$|\Phi[t]\rangle = U[t,0]\,|\Phi[0]\rangle = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_0 t/2}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_0 t/2}\lambda\,|0\rangle + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_0 t/2}\mu\,|1\rangle\right).$$

Uočavamo determinističku evoluciju stanja sustava.

Neka je stanje sustava u trenutku $t = 0$ opisano vektorom stanja

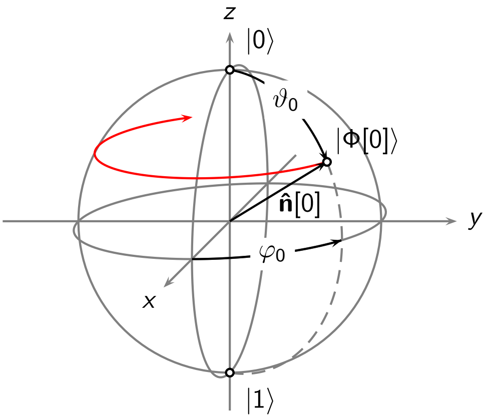
$$|\Phi[0]\rangle = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi_0/2} \cos\frac{\vartheta_0}{2}\ |0\rangle + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi_0/2} \sin\frac{\vartheta_0}{2}\ |1\rangle\ .$$

Primjenom operatora vremenske evolucije slijedi

$$\begin{aligned} |\Phi[t]\rangle &= U[t,0]\,|\Phi[0]\rangle \\ &= \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\bar{\omega}t}\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\varphi_0-\omega_0 t)/2}\cos\frac{\vartheta_0}{2}\ |0\rangle + \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\varphi_0-\omega_0 t)/2}\sin\frac{\vartheta_0}{2}\ |1\rangle\right). \end{aligned}$$

Prikažemo li gornje stanje na Blochovoj sferi, ono tijekom vremena kruži (precesira) oko z-osi kutnom brzinom koja se podudara s Larmorovom frekvencijom ω_0.

Larmorova precesija stanja $|\Phi[t]\rangle$ na Blochovoj sferi:



$$\hat{\mathbf{n}}[t] = \sin\vartheta_0 \cos[\varphi_0 - \omega_0 t]\,\mathbf{i} + \sin\vartheta_0 \sin[\varphi_0 - \omega_0 t]\,\mathbf{j} + \cos\vartheta_0\,\mathbf{k}$$

Rabijeve oscilacije

U klasičnom elektromagnetizmu, energija čestice dipolnog magnetskog momenta $\boldsymbol{\mu}$ u magnetskom polju $\mathbf{B}$ je $E = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$. S obzirom da je dipolni magnetski moment čestice razmjeran vektoru njezinog spina, hamiltonijan za česticu spina $s = 1/2$ možemo izraziti kao

$$\hat{H} = -\frac{\gamma}{2}\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B},$$

gdje konstantu γ zovemo žiromagnetskim omjerom.

Ako stalno magnetsko polje jakosti B_0 gleda u smjeru z-osi, hamiltonijan se svodi na $\hat{H} = -\frac{\gamma}{2}\sigma_z B_0$, svojstvene vrijednosti su $\pm\frac{1}{2}\gamma B_0$, te dobivamo Larmorovu precesiju kutnom brzinom

$$\omega_0 = \gamma B_0/\hbar.$$

Dodamo li polju $B_0\,\mathbf{k}$ polje stalne jakosti B_1 koje je okomito na z-os i čiji smjer kruži kutnom brzinom ω, ukupno polje je

$$\mathbf{B}[t] = B_1(\cos\omega t\,\mathbf{i} - \sin\omega t\,\mathbf{j}) + B_0\,\mathbf{k}.$$

Hamiltonijan postaje ovisan o vremenu i glasi

$$\begin{aligned}\hat{H}[t] = -\frac{\gamma}{2}\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{B}[t] &= -\frac{\gamma}{2}\left(B_1\sigma_x\cos\omega t - B_1\sigma_y\sin\omega t + B_0\sigma_z\right)\\ &= -\frac{\hbar}{2}\left(\omega_1\sigma_x\cos\omega t - \omega_1\sigma_y\sin\omega t + \omega_0\sigma_z\right)\\ &= -\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}\omega_0 & \omega_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\\ \omega_1\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} & -\omega_0\end{pmatrix},\end{aligned}$$

gdje su frekvencije $\omega_{0,1} = \gamma B_{0,1}/\hbar$ razmjerne jakostima polja.

Rješenje Schrödingerove jednadžbe [ne prikazujemo ga u cijelosti] predviđa oscilacije stanja sustava koje su poznate kao *Rabijeve oscilacije*.

Vjerojatnost da sustav koji se početno nalazi u stanju $|0\rangle$ nađemo u stanju $|1\rangle$ ovisi o proteklom vremenu i dana je izrazom

$$p_{0\to 1}[t] = \left(\frac{\omega_1}{\Omega}\right)^2 \sin^2 \frac{\Omega t}{2}, \qquad \Omega = \sqrt{(\omega - \omega_0)^2 + \omega_1^2}.$$

Potpun prelazak $|0\rangle \to |1\rangle$ moguć je uz tzv. uvjet rezonancije koji zahtijeva da kutna brzina rotacije magnetskog polja bude jednaka frekvenciji Larmorove precesije, $\omega = \omega_0$. Tada imamo

$$p_{0\to 1}[t] = \sin^2 \frac{\omega_1 t}{2}.$$

Pri Rabijevim oscilacijama uz uvjet rezonancije, prelazak $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$ ostvaruje se djelovanjem poprečnog rotirajućeg polja u trajanju

$$t_\pi = \frac{\pi}{\omega_1} \qquad (\pi\text{-puls}).$$

Prelazak iz stanja $|0\rangle$ u superpoziciu $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ ostvaruje se djelovanjem polja u trajanju

$$t_{\pi/2} = \frac{\pi}{2\omega_1} \qquad (\pi/2\text{-puls}).$$

Rabijeve oscilacije predstavljaju osnovni mehanizam upravljanja stanjem qubita.